

Hermann Rodenhausen

Form und Rauminnerlichkeit

Mathematische Begriffsbildung im Spannungsfeld
zwischen Empirie und Analytik

Berichte aus der Philosophie

Hermann Rodenhausen

Form und Rauminerlichkeit

Mathematische Begriffsbildung im Spannungsfeld
zwischen Empirie und Analytik

Shaker Verlag
Düren 2023

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Copyright Shaker Verlag 2023

Alle Rechte, auch das des auszugsweisen Nachdruckes, der auszugsweisen oder vollständigen Wiedergabe, der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen und der Übersetzung, vorbehalten.

Printed in Germany.

ISBN 978-3-8440-9124-3

ISSN 0945-0947

Shaker Verlag GmbH • Am Langen Graben 15a • 52353 Düren

Telefon: 02421 / 99 0 11 - 0 • Telefax: 02421 / 99 0 11 - 9

Internet: www.shaker.de • E-Mail: info@shaker.de

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
2	Grundkonzepte und perspektivischer Rahmen	7
2.1	Methodenhinweise	7
2.1.1	Theorie- und Sprachklassifikationen	7
2.1.2	Strukturassoziate.....	8
2.1.3	Aspekte der Mediation.....	9
2.1.4	Paradigmatische Verhaltensbeschreibungen.....	12
2.1.5	Formathinweise	12
2.1.6	Liste eingesetzter Symbole	13
2.2	Diskussion einfacher Fallbeispiele.....	14
2.2.1	Einleitung.....	14
2.2.2	Beispiele empirischer Strukturen.....	15
2.2.3	Ergänzende Methodenhinweise	37
2.2.4	Fachdidaktische Bezüge	42
2.2.5	Zwischenevaluation	44
3	Praktische Differenzierung: Komplexere Anwendungskontexte	49
3.1	Methoden- und Begriffsanalyse im Umfeld elementarer Zahlbereichskonstruktionen: Axiomatische Ansätze im Bereich der Natürlichen Zahlen	49
3.1.1	Einleitung.....	49
3.1.2	Axiomatisierung durch G. Peano.....	51
3.1.3	Bimodale Zahlbegriffsverwendung	53
3.1.4	Empirische Deutung der zweisortigen Theorie.....	56
3.1.5	Axiomatisierung durch E. Schmidt.....	61
3.1.6	Methodenhinweise	63
3.1.7	Zusammenfassung	65
3.2	Mathematisch-didaktische Aspekte eines zahlentheoretischen Alternativmodells.....	66

3.2.1	Einleitung.....	67
3.2.2	Objekttheoretischer Begriffsrahmen.....	68
3.2.3	Teilstruktur der Natürlichen Zahlen	83
3.2.4	Isomorphie mit dem Standardmodell.....	85
3.2.5	Objekttheoretische Semantik	88
3.2.6	Kriterien einer didaktischen Bewertung	92
3.2.7	Weiterführende Hinweise	94
3.3	Empirische Deutung aussagenlogischer Konzepte: Multimodalität und übergeordnete Strukturbeziehungen.....	98
3.3.1	Einleitung.....	98
3.3.2	Empirische Interpretation objektsprachlicher Basisbegriffe.....	105
3.3.3	Strukturentsprechungen	113
3.3.4	Verbandseigenschaften von Schaltsystemen und aussagenlogischen Termen	119
3.3.5	Empirische Interpretation der Zusatzbegriffe	123
3.3.6	Zusammenfassung und methodologische Bewertung.....	126
3.4	Metatheoretische Anwendungskontexte	129
3.4.1	Einleitung.....	129
3.4.2	Semantik des metatheoretischen Begriffsrepertoires.....	130
3.4.3	Kognitionswissenschaftliche Bezüge.....	143
3.4.4	Schlussbemerkungen	150

4 Methodologische Detailanalysen und epistemologische Perspektiven..... 153

4.1	Darstellungsmittel und Wahrheitskonzepte im Umfeld der elementaren Zahlentheorie.....	153
4.1.1	Einleitung.....	153
4.1.2	Methodologische Voraussetzungen	156
4.1.3	Klassifikation mathematischer Texte.....	159
4.1.4	Systematische Überlegungen.....	169
4.1.5	Sonderfall der metatheoretisch-semantischen Validitätsaussagen	171
4.1.6	Schlussbemerkungen	173
4.2	Ist mathematische Wahrheit „konventionsbestimmt“? Bemerkungen zur Interkorrelation von Sach- und Wertungsbezügen.....	174
4.2.1	Einleitung.....	174
4.2.2	Wahrheitskonzeptionen	177

4.2.3	Methodologische Querbezüge	194
4.2.4	Konformität vs. Konventionalität: Inwieweit ist mathematische Wahrheit ein Gegenstand der „Konvention“?	197
4.2.5	Zusammenfassung und Ausblick	201
4.3	Bedeutung empiriebezogener Interpretationskonzepte für eine Präzisierung epistemologischer Grundpositionen	206
4.3.1	Einleitung.....	206
4.3.2	Klassische Konzeptionen.....	207
4.3.3	Empirische Perspektivierung	209
4.3.4	Schlussbemerkung	212
5	Zusammenfassung und Ausblick	213
	Literaturverzeichnis	215