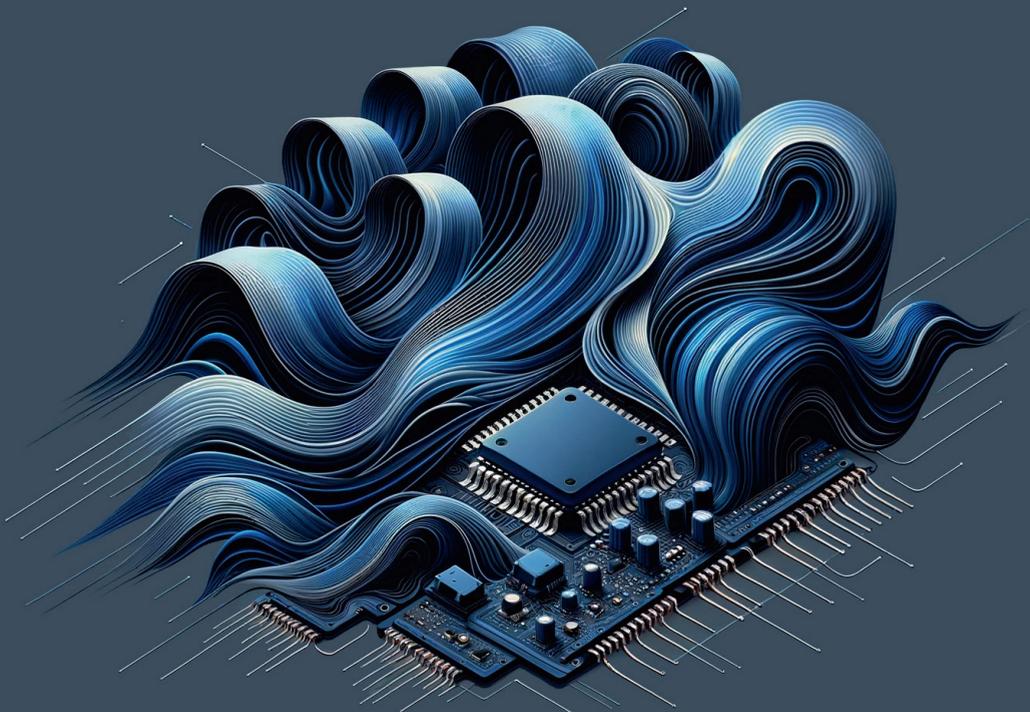


Automatisch Differenzierende Wellendigitalfilter

Neuartige Verfahren zur Konvergenz-Beschleunigung von nichtlinearen Wellendigital-Strukturen und solchen mit verzögerungsfreien Schleifen

Lech Kolonko



Automatisch Differenzierende Wellendigitalfilter

**Neuartige Verfahren zur Konvergenz-Beschleunigung von
nichtlinearen Wellendigital-Strukturen und solchen mit
verzögerungsfreien Schleifen**

von der Fakultät für Elektrotechnik, Informationstechnik und Medientechnik
der Bergischen Universität Wuppertal
genehmigte

Dissertation

zur Erlangung des akademischen Grades
eines Doktors der Ingenieurwissenschaften

von
M. Sc. Lech Kolonko
aus
Hindenburg (Polen)

Wuppertal 2024

| | |
|-----------------------------|---------------------------------|
| Tag der mündlichen Prüfung: | 17.01.2024 |
| Hauptreferent: | Prof. Dr.-Ing. Anton Kummert |
| Korreferent: | Prof. Dr.-Ing. Dieter Brückmann |

Berichte aus der Elektrotechnik

Lech Kolonko

Automatisch Differenzierende Wellendigitalfilter

Neuartige Verfahren zur Konvergenz-Beschleunigung
von nichtlinearen Wellendigital-Strukturen und solchen mit
verzögerungsfreien Schleifen

Shaker Verlag
Düren 2024

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Zugl.: Wuppertal, Univ., Diss., 2024

Copyright Shaker Verlag 2024

Alle Rechte, auch das des auszugsweisen Nachdruckes, der auszugsweisen oder vollständigen Wiedergabe, der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen und der Übersetzung, vorbehalten.

Printed in Germany.

ISBN 978-3-8440-9449-7

ISSN 0945-0718

Shaker Verlag GmbH • Am Langen Graben 15a • 52353 Düren

Telefon: 02421 / 99 0 11 - 0 • Telefax: 02421 / 99 0 11 - 9

Internet: www.shaker.de • E-Mail: info@shaker.de

Für meine Eltern

Vorwort

Diese Arbeit ist während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl für Allgemeine Elektrotechnik und Theoretische Nachrichtentechnik der Bergischen Universität entstanden.

Mein besonderer Dank gilt Herrn Prof. Dr.-Ing. Anton Kummert für die Betreuung dieser Arbeit und die kontinuierliche Unterstützung während meiner Zeit am Lehrstuhl. Herrn Prof. Dr.-Ing. Dieter Brückmann danke ich für seine Bereitschaft, das Korreferat zu übernehmen, und für sein Interesse an dieser Arbeit.

Allen Kolleginnen und Kollegen möchte ich für die anregenden Diskussionen und die Unterstützung danken, die meine Zeit am Lehrstuhl nicht nur fachlich, sondern auch menschlich sehr bereichert haben.

Weiterhin möchte ich meinen Eltern Grażyna und Maciej Kolonko sowie meinen Geschwistern Daniel Kolonko und Karolina Badura aufrichtig danken. Durch ihre konstante Unterstützung und bedingungslose Hilfe haben sie mir nicht nur Rückhalt gegeben, sondern auch ermöglicht, meinen beruflichen Werdegang erfolgreich zu gestalten.

Inhaltsverzeichnis

| | |
|--|-------------|
| Inhaltsverzeichnis | i |
| Abbildungsverzeichnis | v |
| Tabellenverzeichnis | xi |
| Symbolverzeichnis | xiii |
| 1 Einleitung | 1 |
| 2 Wellendigitalfilter: Grundlagen und Eigenschaften | 9 |
| 2.1 Wellengrößen und Streumatrix | 9 |
| 2.1.1 Wellengrößen | 10 |
| 2.1.2 Streumatrix | 11 |
| 2.2 Wellendigital-Elemente | 12 |
| 2.2.1 Nichtreaktive Elemente | 12 |
| 2.2.2 Reaktive Elemente | 15 |
| 2.2.3 Nichtlineare Elemente | 17 |
| 2.2.4 Realisierung der Netzwerktopologie | 17 |
| 2.3 Stabilität bei endlicher Rechengenauigkeit | 21 |
| 3 Normalform, Zustandsstabilität und Kontraktions-Eigenschaft von Wellendigitalfiltern | 23 |
| 3.1 Modulare Konstruktion und Normalform | 23 |
| 3.2 Zustandsstabilität linearer Wellendigitalfilter | 26 |
| 3.2.1 Allgemeine lineare Wellendigitalfilter | 27 |
| 3.2.2 Erweiterung auf nichtlineare Netzwerke | 30 |
| 3.3 Kontraktions-Eigenschaft linearer Wellendigitalfilter | 30 |
| 3.4 Anwendung der Kontraktions-Eigenschaft zur Auflösung nicht realisierbarer Strukturen | 34 |
| 3.4.1 Darstellung als mehrdimensionales Wellendigitalfilter | 36 |
| 3.4.2 Erweiterung auf den nichtlinearen Fall | 37 |
| 3.4.3 Einfluss künstlicher Torwiderstände auf das Konvergenz-Verhalten | 38 |
| 4 Neuartiger allgemeiner Ansatz: Automatisch Differenzierende Wellendigitalfilter | 39 |
| 4.1 Einführung in die Automatische Differenziation | 41 |
| 4.1.1 Automatische Differenziation mittels dualer Zahlen | 41 |
| 4.1.2 Vorwärts- und Rückwärtsmodus | 43 |
| 4.1.3 Implementierung mittels Operatorüberladung | 45 |
| 4.1.4 Automatisch Differenzierender Signalfluss | 48 |

| | | |
|----------|--|-----------|
| 4.2 | Analyse zur Anwendung der Automatischen Differenziation auf Wellendigital-Strukturen | 49 |
| 4.2.1 | Streuung an einem linearen Mehrtor | 50 |
| 4.2.2 | Vektorwertige Notation | 52 |
| 4.2.3 | Funktionale Verkettung | 54 |
| 4.2.4 | Lineare Streuung | 56 |
| 4.2.5 | Linearkombinationen | 58 |
| 4.2.6 | Automatische Differenziation ohne Operatorüberladung als Folgerung struktureller Besonderheiten | 60 |
| 4.2.7 | Nichtlineare Streuung | 61 |
| 4.2.8 | Retaping | 62 |
| 4.3 | Automatisch Differenzierende Geometrische Reihe - Ein einführendes Beispiel | 63 |
| 4.4 | Automatisch Differenzierendes Wellendigitalfilter | 66 |
| 4.4.1 | Beispiel: <i>RC</i> -Tiefpass erster Ordnung | 70 |
| 4.5 | Zusammenfassung | 73 |
| 5 | Neuartige Anwendungen Automatisch Differenzierender Wellendigitalfilter zur Konvergenz-Beschleunigung bei der Auflösung nicht realisierbarer Strukturen | 75 |
| 5.1 | Wellendigitalfilter mit verzögerungsfreien Schleifen: Stand der Forschung . . | 78 |
| 5.2 | Neuartige Anwendungen Automatisch Differenzierender Wellendigitalfilter zur Konvergenz-Beschleunigung bei der Auflösung topologischer Schleifen . | 79 |
| 5.2.1 | Darstellung als mehrdimensionales Wellendigitalfilter | 83 |
| 5.2.2 | Beispiel: Einfach-gebrückte T-Schaltung | 87 |
| 5.3 | Erweiterung auf den nichtlinearen Fall | 90 |
| 5.3.1 | Iterationsverfahren höherer Ordnung und Newton-Verfahren für Systeme | 90 |
| 5.3.1.1 | Lokale Newton-Verfahren für Systeme | 91 |
| 5.3.1.2 | Globale Newton-Verfahren | 99 |
| 5.3.1.3 | Vereinfachte Newton-Verfahren und reduzierte Konvergenz-Matrizen | 100 |
| 5.3.2 | Anwendung des Newton-Verfahrens auf nichtlineare Wellendigitalfilter | 102 |
| 5.3.3 | Analyse einer Offline-/Online-Initialisierung mittels Fallunterscheidung | 104 |
| 5.3.4 | Neuartiges nichtlineares Automatisch Differenzierendes Bauelement | 114 |
| 5.3.5 | Automatische Offline-Initialisierung des nichtlinearen Automatisch Differenzierenden Bauelements | 119 |
| 5.3.6 | Nichtlineares Automatisch Differenzierendes Wellendigitalfilter . . . | 122 |
| 5.3.7 | Online-Initialisierung, Newton-Iterationsphase und Update-Schritt . | 124 |
| 5.3.7.1 | Online-Initialisierung | 124 |
| 5.3.7.2 | Newton-Iterationsphase und Update-Schritt | 126 |
| 5.3.8 | Alternative Realisierung mittels Operatorüberladung | 128 |
| 5.3.9 | Darstellung als mehrdimensionales Wellendigitalfilter | 131 |
| 5.3.10 | Hybride Wellendigital-Strukturen mit mehreren und/oder mehrtorigen Nichtlinearitäten <i>und</i> topologischen Schleifen | 134 |

| | | |
|----------|---|------------|
| 5.4 | Parallelisier- und Skalierbarkeit des Verfahrens | 135 |
| 5.5 | Neuartige Anwendungen Automatisch Differenzierender Wellendigitalfilter zur Konvergenz-Beschleunigung | 138 |
| 5.5.1 | Ringartige Strukturen | 138 |
| 5.5.2 | Netzwerke mit mehreren oder mehrtorigen Nichtlinearitäten | 144 |
| 5.5.2.1 | Modellierung von auf Exponential-Funktionen basierender Nichtlinearitäten | 145 |
| 5.5.2.2 | Shockley-Diode | 148 |
| 5.5.2.3 | Dioden-Clipper-Schaltung | 150 |
| 5.5.2.4 | Vereinfachtes Newton-Verfahren | 153 |
| 5.5.2.5 | Reduzierte Konvergenz-Matrizen | 154 |
| 5.5.2.6 | Vereinfachtes Newton-Verfahren mit reduzierten Konvergenz-Matrizen | 155 |
| 5.6 | Zusammenfassung und Ausblick | 164 |
| 6 | Neue Methode zur Optimierung künstlicher Torwiderstände bei ringartigen Strukturen und mehreren und/oder mehrtorigen Nichtlinearitäten | 169 |
| 6.1 | Ringartige Strukturen | 172 |
| 6.1.1 | Analyse bidirektionaler topologischer Schleifen unter Betrachtung optimal verlustbehafteter linearer Zweitore | 172 |
| 6.1.2 | Analyse bidirektionaler topologischer Schleifen unter Betrachtung minimaler Reflexionsfaktoren linearer Zweitore | 177 |
| 6.1.3 | Optimierung mittels sukzessiver Intervall-Eingrenzung | 180 |
| 6.2 | Netzwerke mit mehreren und/oder mehrtorigen Nichtlinearitäten | 186 |
| 6.2.1 | Linearisierung der nichtlinearen globalen Streumatrix mittels total- reflektierenden Nichtlinearitäten | 187 |
| 6.2.2 | Analyse weiterer bauteilspezifischer Eigenschaften am Beispiel der Shockley-Diode | 192 |
| 6.3 | Zusammenfassung | 193 |
| 7 | Neuartiger Ansatz zur Realisierung mehrtoriger Nichtlinearitäten mittels geteilt-modularen Bauelementen | 197 |
| 7.1 | Generisches Wellendigital-Modell für nichtlineare Bauelemente mit sechs Anschlüssen | 198 |
| 7.2 | Neuartiger geteilt-modularer Ansatz | 201 |
| 7.2.1 | Bipolar-Transistor-Modell | 201 |
| 7.2.2 | Geteilt-Modulares Ebers-Moll-Modell | 201 |
| 7.2.3 | Beispiel: Emitter-Schaltung | 207 |
| 7.3 | Zusammenfassung und Ausblick | 212 |
| 8 | Zusammenfassung und Ausblick | 213 |
| 8.1 | Zusammenfassung | 213 |
| 8.2 | Ausblick | 218 |
| | Publikationen mit eigener Beteiligung | 221 |
| | Literaturverzeichnis | 223 |

Abbildungsverzeichnis

| | | |
|------|---|----|
| 2.1 | Typische (exemplarische) Baumstruktur eines Wellendigitalfilters | 20 |
| 3.1 | Wellendigitalfilter in Normalform | 24 |
| 3.2 | Einbindung nichtlinearer Elemente | 30 |
| 3.3 | Algebraische, nicht-berechenbare Schleife und explizite, iterative Darstellung | 31 |
| 3.4 | Geometrische Reihe als Fixpunktiteration | 32 |
| 3.5 | Konkret passives Wellendigitalfilter in Normalform mit explizit herausgeführtem Signalpfad $r(k)$ | 35 |
| 3.6 | Systemstrukturen während der Iterationsphase zum Zeitpunkt k_0 und für den Update-Schritt | 35 |
| 3.7 | Geschlossene mehrdimensionale Darstellung mit nichtlinearen Verzögerungsoperatoren | 36 |
| 4.1 | Automatisch Differenzierende Signalflußgraphen für die Operatoren der Addition/Subtraktion sowie Multiplikation zweier Signale | 49 |
| 4.2 | Automatisch Differenzierende Signalflußgraphen für lineare Operatoren der konstanten Multiplikation, Division sowie einer allgemeinen nichtlinearen Funktion | 49 |
| 4.3 | Anschauliche Darstellung der Automatischen Differenziation einer vektorwertigen, allgemeinen (nichtlinearen) Funktion mehrerer Veränderlicher mittels komponentenweise, vektoriell zusammengefasster skalarer Operatorüberladung | 54 |
| 4.4 | Anschauliche Darstellung der verketteten Automatischen Differenziation vektorwertiger, allgemeiner (nichtlinearer) Funktionen mehrerer Veränderlicher mittels komponentenweise, vektoriell zusammengefasster skalarer Operatorüberladung | 57 |
| 4.5 | Anschauliche Darstellung einer multivariablen gegebenen Struktur als Funktion, die ausschließlich aus den Bausteinen der Addition/Subtraktion zweier Eingänge bzw. Signale und/oder der Multiplikation eines Eingangs bzw. Signals mit einer Konstanten zusammengesetzt ist | 61 |
| 4.6 | Anschauliche Darstellung derselben multivariablen gegebenen Struktur wie in Abbildung 4.5, die durch eine n -fach Auswertung die Jacobimatrix ohne die Verwendung der Operatorüberladung bestimmt | 62 |
| 4.7 | Geometrische Reihe als Fixpunktiteration unter <i>Blackbox</i> -Betrachtung | 63 |
| 4.8 | Automatisch Differenzierende Geometrische Reihe | 65 |
| 4.9 | Funktions-Auswertung der Automatisch Differenzierenden Geometrischen Reihe zur Ermittlung der Konstanten a_0 | 65 |
| 4.10 | Automatisch Differenzierende Geometrische Reihe im Zustand des Equilibrium | 66 |

| | |
|---|-----|
| 4.11 Wellendigitalfilter in Normalform mit aufgetrenntem rekursiven Pfad und eingefügter resistiver Quelle | 67 |
| 4.12 Lineares Automatisch Differenzierendes Wellendigitalfilter mit aufgetrenntem rekursiven Pfad und eingefügten resistiven Quellen zur Bestimmung der Spaltenvektoren der jeweiligen Systemmatrizen | 69 |
| 4.13 Schaltung eines <i>RC</i> -Tiefpasses und zugehörige Wellendigital-Realisierung sowie dessen Betrachtung als Automatisch Differenzierendes Wellendigitalfilter | 71 |
| 5.1 Systemstrukturen der Offline-Initialisierungsphase und dem Online-Initialisierungsschritt eines linearen Automatisch Differenzierenden Wellendigitalfilters | 80 |
| 5.2 Systemstruktur für den <i>Update-Schritt</i> mit <i>exaktem</i> Fixpunkt \bar{r} | 83 |
| 5.3 Geschlossene mehrdimensionale Darstellung mit modifizierten nichtlinearen Verschiebeoperatoren | 84 |
| 5.4 Detaillierte, jedoch unübersichtliche Darstellung der einzelnen Verbindungen von/zu dem globalen Berechnungs-Block für das vorgestellte Verfahren zur Auflösung topologischer, nicht-berechenbarer Schleifen als modulares Wellenfluss-Diagramm | 87 |
| 5.5 Vereinfachte Darstellung der einzelnen Verbindungen von/zu dem globalen Berechnungs-Block für das vorgestellte Verfahren zur Auflösung topologischer, nicht-berechenbarer Schleifen als modulares Wellenfluss-Diagramm | 87 |
| 5.6 Schaltplan einer einfach-gebrückten T-Schaltung im Kirchhoff-Bereich | 88 |
| 5.7 Wellendigital-Realisierung der einfach-gebrückten T-Schaltung mit dem Fixpunktiterations-Verfahren | 88 |
| 5.8 Wellendigital-Realisierung der einfach-gebrückten T-Schaltung zur direkten Lösung des Fixpunktes mit dem neuartigen Ansatz des Automatisch Differenzierenden Wellendigitalfilters | 89 |
| 5.9 Vorgeschlagene, vereinfachte Darstellung der Wellendigital-Realisierung der einfach-gebrückten T-Schaltung zur direkten Lösung des Fixpunktes mit dem neuartigen Ansatz des Automatisch Differenzierenden Wellendigitalfilters | 90 |
| 5.10 Einbindung nichtlinearer Elemente mit jeweils getrennten Ein- und Ausgängen und mit jeweils vektoriell zusammengefassten Ein- und Ausgängen | 103 |
| 5.11 Verzögerungs-Element ausschließlich und unmittelbar vor dem Eingang und gleichzeitig ausschließlich und unmittelbar hinter dem Ausgang der kombinierten Nichtlinearität | 105 |
| 5.12 Verzögerungs-Element ausschließlich und unmittelbar vor dem Eingang oder ausschließlich und unmittelbar hinter dem Ausgang der kombinierten Nichtlinearität | 106 |
| 5.13 Einzelne nichtlineare Tore zur Realisierung nichtlinearer Automatisch Differenzierender Bauelemente | 115 |
| 5.14 Angepasste Gesamt-Struktur zur Einbindung des nichtlinearen Automatisch Differenzierenden Bauelements und Systemstruktur während der automatischen Offline-Initialisierung des nichtlinearen Automatisch Differenzierenden Bauelements | 120 |

| | |
|---|-----|
| 5.15 Systemstruktur der Online-Initialisierungsphase I eines nichtlinearen Automatisch Differenzierenden Wellendigitalfilters | 125 |
| 5.16 Systemstruktur der Online-Initialisierungsphase II eines nichtlinearen Automatisch Differenzierenden Wellendigitalfilters | 125 |
| 5.17 Systemstruktur der Online-Initialisierungsphase III eines nichtlinearen Automatisch Differenzierenden Wellendigitalfilters | 126 |
| 5.18 Systemstruktur der Newton-Iterationsphase eines nichtlinearen Automatisch Differenzierenden Wellendigitalfilters | 127 |
| 5.19 Systemstruktur für den Update-Schritt eines nichtlinearen Automatisch Differenzierenden Wellendigitalfilters | 128 |
| 5.20 Systemstruktur zur Online-Initialisierung eines nichtlinearen Wellendigitalfilters mittels Operatorüberladung | 130 |
| 5.21 Geschlossene mehrdimensionale Darstellung mit nichtlinearen Verschiebeoperatoren für nichtlineare Wellendigital-Strukturen zur Realisierung des Newton-Verfahrens mittels umschaltbaren Betriebsstufen | 132 |
| 5.22 Geschlossene mehrdimensionale Darstellung mit nichtlinearen Verschiebeoperatoren für nichtlineare Wellendigital-Strukturen zur Realisierung des Newton-Verfahrens mittels Operatorüberladung | 134 |
| 5.23 Vereinfachte Darstellung der einzelnen Verbindungen von/zu dem globalen Berechnungs-Block für das Newton-Verfahren zur Einbindung nichtlinearer Elemente als modulares Wellenfluss-Diagramm | 134 |
| 5.24 Parallelisierte Version der Online-Initialisierungsphasen I,II und III eines nichtlinearen Automatisch Differenzierenden Wellendigitalfilters als Bestandteile der Newton-Iterationsphase | 136 |
| 5.25 Schaltplan einer doppelt gebrückten T-Schaltung im Kirchhoff-Bereich . . . | 139 |
| 5.26 Doppelt-gebrückte T-Schaltung als ringartige Struktur im Kirchhoff-Bereich | 140 |
| 5.27 Wellendigital-Realisierung der doppelt-gebrückten T-Schaltung aus Abbildung 5.25 zur direkten Lösung des Fixpunktes mit dem vorgeschlagenen Ansatz | 141 |
| 5.28 Mittlerer Quadratischen Fehler der Impulsantwort des Wellendigitalfilters als doppelt-gebrückte T-Schaltung bezüglich einer Referenzsimulation für den vorgeschlagenen Ansatz sowie für die Fixpunktiteration. | 143 |
| 5.29 Betrags-Frequenzgang der Impulsantwort des Wellendigitalfilters als doppelt-gebrückte T-Schaltung für das vorgestellte Verfahren mit angepassten und fehl-angepassten Torwiderständen sowie einer Referenzsimulation | 144 |
| 5.30 Abhängigkeit von $\det(\tilde{\mathbf{A}})$ und der Konditionszahl $\kappa(\tilde{\mathbf{A}})$ bezüglich der Torwiderstände $\mathbf{R}_p/\mathbf{R}_p^*$ für die doppelt-gebrückte T-Schaltung. | 145 |
| 5.31 Abhängigkeit von $\ \mathbf{A}^4\ _2$ und als vergrößerte Darstellung in der näheren Umgebung impedanz-angepasster \mathbf{R}_p^* bezüglich der Torwiderstände $\mathbf{R}_p/\mathbf{R}_p^*$ für die doppelt-gebrückte T-Schaltung | 146 |
| 5.32 Reeller Funktionszweig $\mathcal{W}_0(x)$ der Lambert- \mathcal{W} -Funktion | 147 |
| 5.33 Funktionsverlauf der Wright- ω -Funktion $\omega(x)$ | 148 |
| 5.34 Nichtlineare Dioden-Clipper-Schaltung | 150 |
| 5.35 Wellendigital-Realisierung der Dioden-Clipper-Schaltung mit dem vorgestellten Verfahren | 152 |

| | | |
|------|---|-----|
| 5.36 | Ausgangsspannung der Wellendigital-Simulation und der Referenzsimulation in SPICE, MSE zwischen Wellendigital-Simulation und der Referenzsimulation, Anzahl der maximal benötigten Newton-Schritte zum Erreichen der Fehlerschranke, Kontraktions-Faktor und maximale Konditionszahl für impedance-angepasste $R_{D_1} = R_{D_2} = R_D$ | 157 |
| 5.37 | Beschreibung identisch zu Abbildung 5.36, jedoch mit fehlangepassten $R_{D_1} = R_{D_2} = 10^{-4} \cdot R_D$ (Fall B) und $R_{D_1} = R_{D_2} = 10^4 \cdot R_D$ (Fall C) | 158 |
| 5.38 | Beschreibung identisch zu Abbildung 5.36, jedoch mit fehlangepassten $R_{D_1} = R_{D_2} = 10^{-8} \cdot R_D$ (Fall D) und $R_{D_1} = R_{D_2} = 10^8 \cdot R_D$ (Fall E) | 159 |
| 5.39 | Beschreibung identisch zu Abbildung 5.36, jedoch als vereinfachtes Newton-Verfahren mit $\tilde{\mathbf{F}}(\mathbf{r}'(k_2)) = \tilde{\mathbf{F}}(\mathbf{r}_0)$ (Fall F) | 160 |
| 5.40 | Beschreibung identisch zu Abbildung 5.36, jedoch mit fehlangepassten $R_{D_1} = R_{D_2} = 10^{-8} \cdot R_D$ (Fall G) und $R_{D_1} = R_{D_2} = 19 \cdot R_D$ (Fall H) und jeweils als vereinfachtes Newton-Verfahren mit $\tilde{\mathbf{F}}(\mathbf{r}'(k_2)) = \tilde{\mathbf{F}}(\mathbf{r}_0)$ | 161 |
| 5.41 | Beschreibung identisch zu Abbildung 5.36, jedoch als vereinfachtes Newton-Verfahren mit $\tilde{\mathbf{F}}(\mathbf{r}'(k_2)) = \tilde{\mathbf{F}}(\mathbf{r}_0)$ (Fall I) | 162 |
| 5.42 | Beschreibung identisch zu Abbildung 5.36, jedoch mit fehlangepassten $R_{D_1} = R_{D_2} = 10^{-8} \cdot R_D$ (Fall J) und $R_{D_1} = R_{D_2} = 18 \cdot R_D$ (Fall K) und jeweils mit $\tilde{\mathbf{F}}(\mathbf{r}'(k_2)) = \tilde{\mathbf{F}}(\mathbf{r}_0)$ für $k_2 = 1$, $\tilde{\mathbf{F}}(\mathbf{r}'(k_2)) = \tilde{\mathbf{D}}(\mathbf{r}_0)$ für $k_2 > 1$ | 163 |
| 6.1 | Aufgetrennte bidirektionale j -te topologische Schleife unter lokaler Zweitor-Betrachtung | 173 |
| 6.2 | Auswertung von $\alpha_{11}^{(1)}(\mathbf{R}_p)$ und $\alpha_{11}^{(2)}(\mathbf{R}_p)$ in Abhängigkeit von \mathbf{R}_p im Vergleich zu rechnerisch optimalen Torwiderständen $R_p^{(1)}/R_p^{(1)*}$, $R_p^{(2)}/R_p^{(2)*}$ | 176 |
| 6.3 | Auswertung von $\alpha_{22}^{(1)}(\mathbf{R}_p)$ und $\alpha_{22}^{(2)}(\mathbf{R}_p)$ in Abhängigkeit von \mathbf{R}_p im Vergleich zu rechnerisch optimalen Torwiderständen $R_p^{(1)}/R_p^{(1)*}$, $R_p^{(2)}/R_p^{(2)*}$ | 177 |
| 6.4 | Schnittmengen der einzelnen $\tilde{\alpha}_{11}^{(j)*}(\mathbf{R}_p)$ und $\tilde{\alpha}_{22}^{(j)*}(\mathbf{R}_p)$ als Überlagerung von $\mu(\mathbf{R}_p)$ und vergrößerte Darstellung von $\mu(\mathbf{R}_p)$ für den Bereich lokaler und globaler Minima | 178 |
| 6.5 | Schnittmengen der einzelnen $\tilde{\Gamma}_1^{(j)*}(\mathbf{R}_p)$ und $\tilde{\Gamma}_2^{(j)*}(\mathbf{R}_p)$ als Überlagerung von $\Gamma_\Sigma(\mathbf{R}_p)$ sowie vergrößerte Darstellung von $\Gamma(\mathbf{R}_p)$ für den Bereich lokaler und globaler Minima | 180 |
| 6.6 | Sukzessive Intervall-Eingrenzung von $\mu(\mathbf{R}_p(l))$ mit Minimum bei $\mu(\mathbf{R}_p^*(l))$ und eingegrenzte Intervalle für den nachfolgenden Schritt $l + 1$ der doppelt-gebrückten T-Schaltung jeweils für die Schritte $l = 1, \dots, 12$ | 184 |
| 6.7 | Verlauf der optimalen $\mu^*(\mathbf{R}_p(l))$, der optimalen Torwiderstände $R_p^{(1)*}(l)$, $R_p^{(2)*}(l)$ sowie der Abstände der Abtastpunkte, $s_{R_p}^{(1)}(l)$, $s_{R_p}^{(2)}(l)$ der sukzessiven Intervall-Eingrenzung für die doppelt-gebrückten T-Schaltung | 185 |
| 6.8 | Robustes Konvergenz-Verhalten bei der Ermittlung der Torwiderstände $R_p^{(1)*}(l)$ und $R_p^{(2)*}(l)$ für 1000 Optimierungen über $\mu(\mathbf{R}_p(l))$ der doppelt-gebrückten T-Schaltung mit jeweils zufällig gleich verteilten initialen Exponent-Intervallgrenzen | 186 |

| | | |
|------|--|-----|
| 6.9 | Robustes Konvergenz-Verhalten bei der Ermittlung der Torwiderstände $R_p^{(1)*}(l)$ und $R_p^{(2)*}(l)$ für 1000 Optimierungen von $\Gamma_\Sigma(\mathbf{R}_p(l))$ der doppelt-gebrückten T-Schaltung mit jeweils zufällig gleich verteilten initialen Exponentenintervallgrenzen | 186 |
| 6.10 | Linearisierte, total-reflektierende nichtlineare Tore als nichtlineare Automatisch Differenzierende Bauelemente | 188 |
| 6.11 | Linearisierte (globale) m -torige Streuung der rekursiven Pfade eines nichtlinearen Automatisch Differenzierenden Wellendigitalfilters und lokale Betrachtung der einzelnen rekursiven Pfade als lineare Eintore | 188 |
| 6.12 | Verläufe intuitiver Kandidaten für optimale Torwiderstände der Dioden-Clipper-Schaltung | 190 |
| 6.13 | Auswertung von $a'_\Sigma(\mathbf{R}_p)$ im linearen Maßstab sowie im logarithmischen Maßstab für die Dioden-Clipper-Schaltung | 191 |
| 7.1 | Generisches, nichtlineares Bauelement mit drei Anschlüssen im Kirchhoff-Bereich und zugehöriges Wellendigital-Modell | 199 |
| 7.2 | Kirchhoff-Darstellung für ein allgemeines (nichtlineares, gedächtnisloses) Bauelement mit drei Anschlüssen und angeschlossenen instantanen Ersatzspannungsquellen | 199 |
| 7.3 | Getrenntes Bipolar-Transistor-Modell mit den einzelnen vorwärts- und rückwärts-aktiven Bipolar-Transistoren und das zugehörige, umgestaltete Ebers-Moll-Modell | 202 |
| 7.4 | Vorgeschlagene Realisierung des Bipolar-Transistors als geteilt-modularer Ansatz | 203 |
| 7.5 | Typische Emitter-Verstärkerschaltung im Kirchhoff-Bereich | 209 |
| 7.6 | Wellendigital-Realisierung der Emitter-Verstärkerschaltung gemäß Abbildung 7.5 unter Anwendung des vorgeschlagenen geteilt-modularen Verfahrens | 209 |
| 7.7 | Ausgangsspannung der Wellendigital-Simulation und der Referenzsimulation in SPICE, MSE zwischen Wellendigital-Simulation und der Referenzsimulation, Anzahl der maximal benötigten Newton-Schritte zum Erreichen der Fehlerschranke, Kontraktions-Faktor und maximale Konditionszahl für impedanz-angepasste Torwiderstände R_B , R_E und R_C der Emitter-Verstärkerschaltung (Fall A) | 210 |
| 7.8 | Beschreibung identisch zu Abbildung 7.7 jedoch als vereinfachtes Newton-Verfahren mit $\tilde{\mathbf{F}}(\mathbf{r}'(k_2)) = \tilde{\mathbf{F}}(\mathbf{r}_0)$ der Emitter-Verstärkerschaltung (Fall B) | 211 |

Tabellenverzeichnis

| | | |
|-----|---|-----|
| 2.1 | Eintorige Wellendigitalelemente | 14 |
| 2.2 | Mehrtorige Wellendigitalelemente | 15 |
| 2.3 | Reaktive Wellendigitalelemente | 16 |
| 2.4 | Dreitorige Serien- und Parallel-Adaptoren in symbolischer Darstellung und als Signalflußgraph | 19 |
| 2.5 | Mehrtorige Wellendigitalelemente | 21 |
| 4.1 | Operatoren der Operatorüberladung für skalare Funktionen | 46 |
| 4.2 | Operatoren der Operatorüberladung für Funktionen mehrerer Veränderlicher | 47 |
| 4.3 | Relevante lineare Operatoren sowie allgemeine nichtlineare Funktion der Operatorüberladung als vektoriell zusammengefasste Notation der skalaren Operatorüberladung | 54 |
| 4.4 | Berechnungsschritte für Funktionswert und Ableitung der Geometrischen Reihe | 64 |
| 5.1 | Vier Fälle bei der Offline- und Online-Initialisierung von nichtlinearen Wellendigitalfiltern | 112 |
| 5.2 | Ergänzung der vier Fälle bei der Offline- und Online-Initialisierung von nichtlinearen Wellendigitalfiltern um die Hilfsmatrizen B'''' und B''''' | 116 |
| 5.3 | Berechnungsschritte für Funktionswert und Ableitung eines Automatisch Differenzierenden nichtlinearen Wellendigitalfilters mittels Operatorüberladung | 131 |
| 5.4 | Nichtlineare Operatoren der Operatorüberladung für die e -Funktion, \mathcal{W} -Funktion und ω -Funktion | 150 |
| 5.5 | Auflistung der Simulations-Parameter und Konvergenz-Eigenschaften der Fälle A bis F der Dioden-Clipper-Schaltungs-Simulation für das exakte Newton-Verfahren | 153 |
| 5.6 | Auflistung der Simulations-Parameter und Konvergenz-Eigenschaften der Fälle F bis H der Dioden-Clipper-Schaltungs-Simulation für das vereinfachte Newton-Verfahren | 154 |
| 5.7 | Maximale Anzahl der benötigten Iterations-Schritte für den vorgeschlagenen Ansatz mit reduzierten Konvergenz-Matrizen im Vergleich zur voll besetzten Konvergenz-Matrix und dem Fixpunktiterations-Verfahren (PR) sowie der Pseudo-Sekanten-Methode (PSM) | 155 |
| 5.8 | Auflistung der Simulations-Parameter und Konvergenz-Eigenschaften der Fälle I bis K der Dioden-Clipper-Schaltungs-Simulation für das vereinfachte Newton-Verfahren und diagonaler, vereinfachter Konvergenz-Matrix | 156 |

Symbolverzeichnis

| | |
|------------------------------|---|
| \mathbb{Z} | Körper der ganzen Zahlen |
| \mathbb{R} | Körper der reellen Zahlen |
| \mathbb{C} | Körper der komplexen Zahlen |
| x | Skalar ¹ |
| \mathbf{x} | Vektor ² |
| \mathbf{X} | Matrix ³ |
| \mathbf{X}^T | Transponierte der Matrix \mathbf{X} |
| \mathbf{X}^H | Adjungierte der Matrix \mathbf{X} , also komplexe Konjugation der Elemente von \mathbf{X}^T |
| \mathbf{X}^{-1} | Inverse der Matrix \mathbf{X} |
| $\mathbf{x}_i, \mathbf{X}_i$ | i -ter Spaltenvektor der Matrix \mathbf{X} |
| \mathbf{e}_i | i -ter kanonischer Einheitsvektor |
| $\mathbf{1}_n$ | Einsvektor $(1 \dots 1)^T$ der Länge n |
| \mathbf{I}_n | Einheitsmatrix der Dimension $n \times n$ |
| \mathbf{I} | Einheitsmatrix, die Dimension ergibt sich aus dem Kontext |
| $\mathbf{0}_n$ | Nullvektor der Länge n |
| $\mathbf{0}$ | Nullvektor, die Länge ergibt sich aus dem Kontext |
| f | Skalarwertige Funktion |
| f', f'', \dots | Erste, Zweite, usw. Ableitung der skalarwertigen Funktion f |
| \mathbf{f} | Vektorwertige Funktion |
| \mathbf{F} | Jacobimatrix der vektorwertigen Funktion \mathbf{f} (bei mehreren Veränderlichen) |

¹Bestimmte Skalare werden stellenweise in der Form x', x'', \dots notiert. Hierbei ist die Kennzeichnung „'“ abgrenzend zur Ableitung einer Funktion zu verstehen.

²Bestimmte Vektoren werden stellenweise in der Form $\mathbf{x}', \mathbf{x}'', \dots$ notiert. Hierbei ist die Kennzeichnung „'“ abgrenzend zur Ableitung einer Funktion zu verstehen.

³Bestimmte Matrizen werden stellenweise in der Form $\mathbf{X}', \mathbf{X}'', \dots$ notiert. Hierbei ist die Kennzeichnung „'“ abgrenzend zur Ableitung einer Funktion zu verstehen.