

Berichte aus der Mechanik

Daniel Materna

**Structural and Sensitivity Analysis for the Primal and
Dual Problems in the Physical and Material Spaces**

D 290 (Diss. Technische Universität Dortmund)

Shaker Verlag
Aachen 2010

Bibliographic information published by the Deutsche Nationalbibliothek

The Deutsche Nationalbibliothek lists this publication in the Deutsche Nationalbibliografie; detailed bibliographic data are available in the Internet at <http://dnb.d-nb.de>.

Zugl.: Dortmund, Technische Univ., Diss., 2009

Copyright Shaker Verlag 2010

All rights reserved. No part of this publication may be reproduced, stored in a retrieval system, or transmitted, in any form or by any means, electronic, mechanical, photocopying, recording or otherwise, without the prior permission of the publishers.

Printed in Germany.

ISBN 978-3-8322-8811-2

ISSN 1616-0126

Shaker Verlag GmbH • P.O. BOX 101818 • D-52018 Aachen

Phone: 0049/2407/9596-0 • Telefax: 0049/2407/9596-9

Internet: www.shaker.de • e-mail: info@shaker.de

Structural and Sensitivity Analysis for the Primal and Dual Problems in the Physical and Material Spaces

Daniel Materna

Abstract

The present work is concerned with a complete and consistent representation of structural and sensitivity analysis for the primal and dual problems in structural mechanics. A complete description means that besides classical changes in the physical space (displacement space) also changes in the material space (geometry or design space) are allowed. This point of view yield a complexity of eight problems in structural mechanics. Based on a variational approach, these eight problems are completely derived in a continuous and finite element formulation for the model problem of nonlinear elasticity.

The above mentioned formulations are applied to mesh optimization (r-adaptivity) and shape optimization problems. First of all, in the framework of a complete primal problem, classical global r-adaptive mesh optimization strategies are considered and different error measures are introduced. Thereafter, a novel goal-oriented r-adaptive mesh optimization algorithm is proposed, in which the finite element mesh is optimized in such a way, that a chosen quantity of interest can be computed with high accuracy. Furthermore, shape optimization problems are investigated and the coherence to configurational mechanics is demonstrated.

Moreover, error estimators and improvement algorithms for first-order sensitivity relations are derived. Novel theorems for exact sensitivity relations for the state and a chosen quantity of interest are presented. These results are the basis for error estimators and for any improvement algorithms of design sensitivity relations. All of the required higher-order variations of the weak form of equilibrium are explicitly derived for shape design sensitivities. The efficiency and reliability of the error estimators and improvement algorithms are verified by means of numerical examples.

Kurzfassung

Die vorliegende Arbeit befasst sich mit der vollständigen und konsistenten Darstellung der Struktur- und Sensitivitätsanalyse für die primalen und dualen Probleme in der Strukturmechanik. Unter Vollständigkeit wird hier verstanden, dass neben den klassischen Veränderungen im physikalischen Raum (Verschiebungsraum) auch Veränderungen im materiellen Raum (Geometrie- oder Designraum) zulässig sind. Diese Betrachtungsweise führt zu einer Komplexität von acht Problemen in der Strukturmechanik. Basierend auf einem variationellen Zugang werden diese acht Probleme in der Arbeit vollständig kontinuierlich und diskret für das Modellproblem der nichtlinearen Elastizitätstheorie hergeleitet.

Die obigen Formulierungen werden anschließend auf Netzoptimierungsprobleme (r-Adaptivität) und Formoptimierungsprobleme angewendet. Zunächst werden im Rahmen eines vollständigen primalen Problems klassische globale r-adaptive Netzoptimierungsstrategien betrachtet und verschiedene Fehlermaße für r-Adaptivität eingeführt. Anschließend wird ein neuer zielorientierter r-adaptiver Netzoptimierungsalgorithmus entwickelt, mit dem ein gegebenes FE-Netz derart verbessert wird, dass eine gewählte Zielgröße möglichst genau berechnet werden kann. Ferner werden Formoptimierungsprobleme betrachtet und die Beziehung zur Konfigurationsmechanik aufgezeigt.

Des Weiteren werden Fehlerschätzer und Verbesserungsalgorithmen für Sensitivitätsbeziehungen 1. Ordnung hergeleitet. Hierbei werden neue Theoreme für eine exakte Darstellung von Design-Sensitivitätsbeziehungen des Verschiebungsfeldes sowie für eine gewählte lokale Zielgröße formuliert. Diese bilden den Ausgangspunkt für Fehlerschätzer und Verbesserungsalgorithmen von Design-Sensitivitäten. Die hierfür benötigten höheren Variationen der schwachen Form des Gleichgewichts werden explizit für Formänderungen des materiellen Körpers bestimmt. Die Effizienz und Zuverlässigkeit der Fehlerschätzer und Verbesserungsalgorithmen wird anhand numerischer Beispiele verifiziert.